

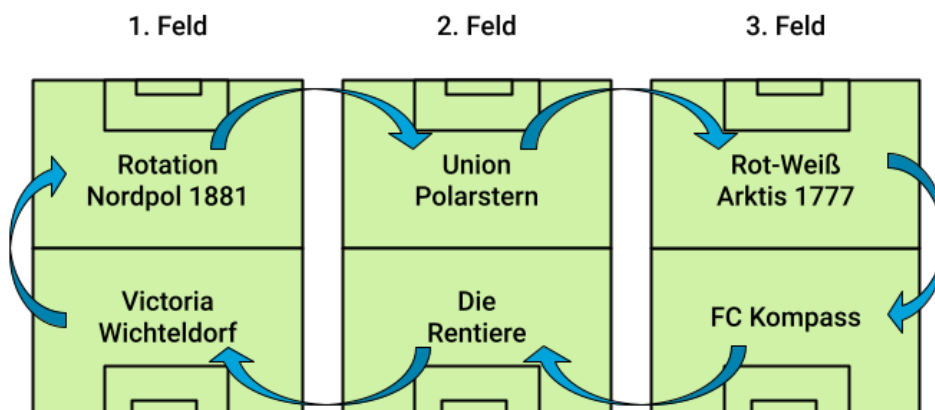
Die Vorfreude ist groß: Am Sonntag wird das Fußballturnier im Wichteldorf stattfinden! Oberwichtel Iphis hatte eigentlich geplant, dass 5 Teams in einer kleinen Turnhalle gegeneinander antreten. Doch nachdem sich auch noch Ragna mit ihrem neuen Team *Die Rentiere* angemeldet hatte, musste ein größerer Platz her (siehe [Aufgabe 5](#)).

Gestern hat Iphis einen Sportplatz im Freien gefunden. Auf dem Platz gibt es drei Spielfelder. Dort können immer 3 Spiele mit allen 6 Teams gleichzeitig stattfinden. Iphis ist glücklich und denkt: „Jetzt können alle 6 Teams an dem Turnier teilnehmen und wir sind sogar schneller fertig!“

Heute zeigt Iphis den Teams stolz den neuen Platz. Doch Ragna ist gar nicht begeistert: „Guck mal: Auf dem Spielfeld hier vorne liegen überall Eisbrocken rum... Und in dieser Richtung leuchtet der Vollmond aufs Feld, der blendet total... Und vor dem Tor dahinten wachsen lauter rutschige Flechten und Moose... Das ist voll unfair!“ Sie denkt sich aber auch gleich eine Idee für einen *fairen* Spielplan aus.



Mit einem Stock malt Ragna ein *Schaubild* mit Kästchen und Pfeilen in den Schnee (siehe 2. Bild). Wenn ein Team auf einer der Spielfeldhälften gespielt hat, zeigt der Pfeil an, wohin das Team als nächstes wechselt. Sie erklärt: „Schaut mal, für die erste Spielrunde habe ich die Teams einfach zufällig verteilt. Nach jeder Spielrunde wechseln dann alle Teams im Uhrzeigersinn die Spielfeldhälften – so oft, bis alle genau einmal gegeneinander gespielt haben. So müssen alle Teams mit den verschiedenen Schwierigkeiten kämpfen!“



Iphis schaut auf den Spielplan und ist skeptisch: „Ich weiß nicht, ob deine Idee funktioniert. Spielen denn auf diese Art wirklich alle Teams einmal gegeneinander?“

Wird nach diesem Spielplan jedes Team einmal gegen jedes andere Team spielen?

- a) Ja, jedes Team spielt genau einmal gegen jedes andere Team.
- b) Nein, jedes Team spielt nur gegen 2 andere Teams.
- c) Nein, jedes Team spielt nur gegen 3 andere Teams.
- d) Nein, es funktioniert nur, wenn das Team *Die Rentiere* zuerst auf der Spielfeldhälfte links oben (1. Feld) starten.

Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Clara Kyba (Schülerin der 10. Klasse)
Hildegardisschule Bochum, Nordrhein-Westfalen

Lösung

Antwortmöglichkeit c) ist richtig. Jedes Team spielt nur gegen drei andere Teams.

Um herauszubekommen, welche Antwortmöglichkeit die richtige ist, musst du die Spielpaarungen für die einzelnen Spielrunden überlegen. Die Paarungen für die 1. Spielrunde siehst du auf dem Bild in der Aufgabe. In der 2. Spielrunde stehen die Teams so auf den Spielfeldhälften (jedes Team wechselt im Uhrzeigersinn zur nächsten Spielfeldhälfte):

1. Feld	2. Feld	3. Feld
Victoria Wichteldorf	Rotation Nordpol 1881	Union Polarstern
Die Rentiere	FC Kompass	Rot-Weiß Arktis 1777

Nun stellst du genauso für die nächsten Spielrunden den Spielplan auf und vergleichst sie mit den Runden davor. Die Paarungen der 3. Spielrunde sieht so aus:

1. Feld	2. Feld	3. Feld
Die Rentiere	Victoria Wichteldorf	Rotation Nordpol 1881
FC Kompass	Rot-Weiß Arktis 1777	Union Polarstern

Hier kannst du sehen, dass in den ersten drei Runden, jedes Team immer gegen ein Team spielt, gegen das sie vorher noch nicht gespielt hat. Sie spielen also gegen mindestens drei andere Teams. Damit ist Antwortmöglichkeit b) falsch.

Das sind die Paarungen der vierten Spielrunde:

1. Feld	2. Feld	3. Feld
FC Kompass	Die Rentiere	Victoria Wichteldorf
Rot-Weiß Arktis 1777	Union Polarstern	Rotation Nordpol 1881

In der vierten Spielrunde spielen alle Teams gegen die gleichen Teams wie in der ersten Runde! Sie spielen nur auf anderen Spielfeldhälften. Damit ist auch Antwortmöglichkeit a) falsch, denn es spielt nicht jedes Team gegen jedes andere *genau einmal*.

Um nun zu überprüfen, ob Antwortmöglichkeit c) oder d) richtig ist, gibt es zwei Möglichkeiten:

Eine Möglichkeit ist, zu überlegen, ob sich etwas ändern würde, wenn *Die Rentiere* in der Spielfeldhälfte links oben beginnen, also dort, wo in der Aufgaben *Victoria Wichteldorf* als erstes spielen soll. Das ist nicht der Fall, denn es ist völlig egal, welches Team auf welcher Spielfeldhälfte in der ersten Spielrunde steht. Immer werden in der vierten Spielrunde die Teams jeweils gegen genau das Team wie in der ersten Spielrunde spielen. Damit ist Antwortmöglichkeit d) falsch und die Antwortmöglichkeit c) muss richtig sein.

Die zweite Möglichkeit ist, dass du dir die Spielpläne für der 5. bis 7. Spielrunde überlegst. In der 5. Spielrunde spielen folgende Paarungen:

1. Feld	2. Feld	3. Feld
Rot-Weiß Arktis 1777	FC Kompass	Die Rentiere
Union Polarstern	Rotation Nordpol 1881	Victoria Wichteldorf

In der fünften Spielrunde gibt es die gleichen Paarungen wie in der zweiten Spielrunde. Sie spielen nur auf anderen Spielfeldhälften.

Nun hast du vielleicht schon eine Vermutung, was bei der 6. Spielrunde passieren wird:

1. Feld	2. Feld	3. Feld
Union Polarstern	Rot-Weiß Arktis 1777	FC Kompass
Rotation Nordpol 1881	Victoria Wichteldorf	Die Rentiere

Hier treffen die Teams, die schon in der dritten Spielrunde gegeneinander gespielt haben, wieder aufeinander. Und in der 7. Spielrunde gibt es wieder genau dieselben Paarungen wie in der 1. Runde – und das auch auf genau denselben Spielfeldhälften.

1. Feld	2. Feld	3. Feld
Rotation Nordpol 1881	Union Polarstern	Rot-Weiß Arktis 1777
Victoria Wichteldorf	Die Rentiere	FC Kompass

Jetzt siehst du, dass nur in den ersten drei Spielen jedes Team immer gegen ein Team spielt, gegen das es noch nicht gespielt hat. Ab der vierten Spielrunde treffen sie auf Teams, gegen die sie schon gespielt haben. Und ab der 7. Runde geht es wieder von vorne los. Da die Spielfeldhälften weiterhin im Uhrzeigersinn wechseln, werden keine neuen Paarungen dazukommen.

Antwortmöglichkeit c) ist also richtig, jedes Team spielt nur gegen 3 andere Teams.